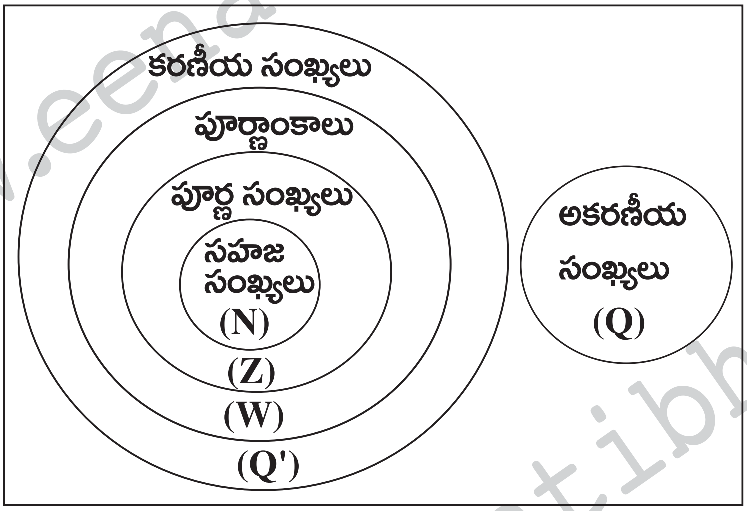
పదోతరగతి గణితం

వాస్తవ సంఖ్యలు

1. $\sqrt{2}$ ను $\frac{\sqrt{2}}{1}$ అంటే $\frac{p}{q}$, $q \neq 0$ రూపంలో రాయొచ్చు. అందుకే $\sqrt{2}$ ఒక అకరణీయ సంఖ్య అని రంజిత్ అన్నాడు. అతడి వివరణ సరైందా? ఎందుకు / ఎందుకు కాదు?

Hint: p, q లు పూర్ణ సంఖ్యలై, $q \neq 0$ అయితే ఆ సందర్భంలో $\frac{p}{q}$ రూపంలో రాసే సంఖ్యలను అకరణీయ సంఖ్యలు అంటారు. రంజిత్ తీసుకున్న సంఖ్యలో 'p' పూర్ణ సంఖ్య అవునో? కాదో? గమనించండి. దాన్ని బట్టి మీ వివరణ రాయండి.

2. కింది పటాన్ని పరిశీలించండి.



పటంలోని తప్పులను గమనించారా? తప్పులను సరిచేసి మళ్లీ పటాన్ని గీయండి.

Hint: వాస్తవ సంఖ్యల ఉప సమితులను సరైన క్రమంలో గుర్తు తెచ్చుకోండి.

$N \subset W \subset Z \subset Q \subset R$, $Q' \subset R$

Q, Q' లు వియుక్త సమితులు

ఈ వివరాలను తెలియజేస్తూ పటాన్ని సరిగ్గా గీయండి.

3. కళ్యాణి కింది మూడు సందర్భాలను పరిశీలించింది.

i) $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ లు రెండు కరణీయ సంఖ్యలు.

వీటి మొత్తం $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ కూడా కరణీయ సంఖ్యే అవుతుంది.

ii) $2 + \sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ లు రెండూ కరణీయ సంఖ్యలు. వీటి మొత్తం $2 + \sqrt{3} + \sqrt{5}$ కూడా కరణీయ సంఖ్య అవుతుంది.

iii) $\sqrt{11}$, $5 - \sqrt{6}$ లు రెండూ కరణీయ సంఖ్యలు. వీటి మొత్తం $\sqrt{11} + 5 - \sqrt{6}$ కూడా కరణీయ సంఖ్యే అవుతుంది.

పై మూడు ఉదాహరణల నుంచి రెండు కరణీయ సంఖ్యల మొత్తం ఎప్పుడూ కరణీయ సంఖ్య అవుతుంది అని కళ్యాణి నిర్ధారించింది. దీనిపై మీ వివరణ ఏమిటి?

Hint: పై మూడు సందర్భాల్లో రెండు కరణీయ సంఖ్యల మొత్తం కరణీయ సంఖ్య అని గమనించండి.

★ ఎప్పుడూ ఇలాగే అవుతుందని నిర్ధారించే ముందు, రెండు కరణీయ సంఖ్యల మొత్తం అకరణీయ సంఖ్య అయ్యే అవకాశం ఉందేమో ఆలోచించండి.

★ $2 + \sqrt{3}$, $2 - \sqrt{3}$ మొత్తం లేదా $5 + \sqrt{6}$, $5 - \sqrt{6}$ మొత్తం మొదలైన సందర్భాల్లో సమాధానాన్ని గమనించి మీ వివరణ రాయండి.

4. రెండు ధన పూర్ణ సంఖ్యల గ.సా.కా., క.సా.గు. వరుసగా A – B లోని మూలకాల సంఖ్యకు రెండురెట్లు, B – A లోని మూలకాల సంఖ్యకు ఆరురెట్లు అయితే వాటి లబ్ధాన్ని రాయండి.

A = {1, 2, 3, 9},

B = {9, 10, 12, 14, 16, 18, 20}

Hint: రెండు ధన పూర్ణ సంఖ్యల గ.సా.కా. A – B లోని మూలకాల సంఖ్యకు రెండురెట్లు, క.సా.గు. B – A లోని మూలకాల సంఖ్యకు ఆరురెట్లు అని ఇచ్చారు.

గ.సా.కా. $(a, b) = 2 \times n(A - B)$

క.సా.గు. $(a, b) = 6 \times n(B - A)$

$a \times b =$ గ.సా.కా. $(a, b) \times$ క.సా.గు. (a, b)

పైన ఇచ్చిన సమాచారం నుంచి గ.సా.కా. $(a, b) = 6$, క.సా.గు. $(a, b) = 36$ అవుతుంది. వీటి లబ్ధం ధన పూర్ణ సంఖ్యల లబ్ధంతో సమానమవుతుంది.

5. "రెండు కరణీయ సంఖ్యల లబ్ధం ఎప్పుడూ కరణీయం కాకపోవచ్చు" మీ జవాబును సమర్థించండి.

Hint: 3 వ ప్రశ్నలో రెండు కరణీయ సంఖ్యల మొత్తం ఎప్పుడూ కరణీయ సంఖ్య కాకపోవచ్చు అని చెప్పడానికి ఉదాహరణ ఇచ్చారు.

★ అదేవిధంగా రెండు కరణీయ సంఖ్యల లబ్ధం కరణీయ సంఖ్య కాకపోవచ్చు అని చెప్పడానికి ఉదాహరణను ఇవ్వాల్సి ఉంటుంది.

★ కింది కరణీయ సంఖ్యల లబ్ధాన్ని పరిశీలించి జవాబు రాయండి.

$\sqrt{3}, \sqrt{27}$, $5 + \sqrt{3}$, $5 - \sqrt{3}$ మొదలైనవి

6. 1000 ను ఘాతాంక రూపంలో రాయండి. దీన్ని సంవర్గమాన రూపంలో వ్యక్తపరిచి, $\log 1000$ ను విస్తరించండి.

Hint: మొదట 1000 ను ఘాతాంక రూపంలో రాసి 'a, x ధనపూర్ణ సంఖ్యలై, $a \neq 1$ అయి ఉండి, $a^n = x$ అయితే $\log_a x = n$' నిర్వచనాన్ని ఉపయోగించి సంవర్గమాన రూపంలో రాయండి.

సంవర్గమాన న్యాయాలు:

1) $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$

2) $\log_a x^m = m \log_a x$ లను ఉపయోగించి విస్తరించండి.

7. ఉపాధ్యాయురాలు $\frac{16}{25}, \frac{2}{15}, \frac{5}{12}, \frac{1}{8}$ లను నల్ల బల్లపై రాసి ఇందులో నుంచి అంతమయ్యే దశాంశం కలిగి ఉన్న అకరణీయ సంఖ్యలను గుర్తించమన్నారు. ఇందిర భాగించకుండానే $\frac{16}{25}, \frac{1}{8}$ లు అంతమయ్యే దశాంశం కలిగి ఉన్న అకరణీయ సంఖ్యలు అని తెలిపింది. ఇందిర భాగహారం చేయకుండానే ఎలా చెప్పగలిగిందో వివరించండి?

Hint: n, m రుణేతర పూర్ణ సంఖ్యలు, q యొక్క ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధ రూపం $2^n 5^m$ ఉన్నటువంటి అకరణీయ సంఖ్య $x = \frac{p}{q}$ అయితే, x దశాంశ రూపం ఒక అంతమయ్యే దశాంశం అవుతుంది.

ఈ సిద్ధాంత నిర్వచనం ఆధారంగా $\frac{16}{25}, \frac{1}{8}$ 'q' లబ్ధరూపం $2^n 5^m$ లో ఉందేమో గమనించండి.

బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు

1. కిందివాటిలో అకరణీయ సంఖ్య .....

A) 14.12112111211112 ... B) 14.121221222...

C) 14.12121212... D) 14.121231234...

జవాబు: **C**

2. 'n' ఏ సహజ సంఖ్య అయినా, 6^n అంతమయ్యే అంకె ......

A) 1 B) 4 C) 5 D) 6

జవాబు: **D**

రచయిత: వి. పద్మ ప్రియ