

INTERMEDIATE PUBLIC EXAMINATIONS, MARCH 2009
(First Year - Year-wise Scheme)
MATHEMATICS, PAPER - I(A) (New)
(Algebra, Vector Algebra and Trigonometry)
(English Version)

Time: 3 Hrs.

Max.Marks : 75

SECTION – A

10 × 2 = 20

అతి స్వల్ప సమాధాన తరహ ప్రశ్నలు
 అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి. ప్రతి ప్రశ్నకు 2 మార్కులు.

1. f, g వాస్తవ మూల్య ప్రమేయాలను $f(x) = 2x - 1, g(x) = x^2$ గా నిర్వచిస్తే
 i) $(fg)(x)$ ii) $(f + g + 2)(x)$ లను కనుకోండి.

2. $f(x) = \frac{x}{2 - 3x}$ అనే ప్రమేయానికి ప్రదేశం, వ్యాప్తులను కనుకోండి.

3. $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + 4\mathbf{j} - 5\mathbf{k}, \mathbf{b} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}, \mathbf{c} = \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ అఱుతే $(\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c})$ సదిశకు వ్యతిరేక దిశలో యూనిట్ సదిశను కనుకోండి.

4. OABC సమాంతర చతుర్భుజంలో $OA = \mathbf{a}, OC = \mathbf{c}$ అఱుతే BC రేఖకు సదిశా సమీకరణాన్ని కనుకోండి.

5. $\mathbf{r}^2 = 2\mathbf{r} \cdot (4\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k})$ సూచించే గోళం వ్యాసార్ధం కనుకోండి.

6. $\cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2} \cos \theta$ అఱుతే $\cos \theta - \sin \theta = \sqrt{2} \sin \theta$ అని చూపండి.

7. $\left(x + \frac{\pi}{3} \right) + 2\sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) - 3$ యొక్క గరిష్ట, కనిష్ఠ విలువలను కనుకోండి.

8. $\sinh x = \frac{1}{2}$ అఱుతే $\cosh 2x + \sinh 2x$ విలువను కనుకోండి.

9. $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$, అఱుతే ΔABC సమబాహు త్రిభుజం అని చూపండి.

10. $z_1 = -1, z_2 = i$ అఱుతే $\operatorname{Arg} \left(\frac{z_1}{z_2} \right)$ విలువను కనుకోండి.

SECTION - B

స్వీల్ప సమాధాన తరహ ప్రశ్నలు

5 × 4 = 20

ఏవైనా 5 ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి. ప్రతి ప్రశ్నకు 4 మార్కులు.

11. $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ రుజు స్వతంత్ర సదిశలైతే $\mathbf{a} - 2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}, -2\mathbf{a} + 3\mathbf{b} - 4\mathbf{c}, -\mathbf{b} + 2\mathbf{c}$ అస్వతంత్ర సదిశలు అని చూపండి.
12. $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}, \mathbf{b} = -\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 4\mathbf{k}, \mathbf{c} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$ అయితే $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$ విలువను కనుకొండి.

sin 16 A

- 13.. A అనేది π పూర్ణాంక గుణిజం కాకపోతే $\cos A \cos 2A \cos 4A \cos 8A = \frac{\sin 16 A}{16 \sin A}$ అని చూపండి.

14. $(-\pi, \pi)$ అంతరంలో $8^{1 + \cos x + \cos^2 x + \dots + \infty} = 4^3$ సమీకరణాన్ని తృప్తిపరిచే x విలువలను కనుకొండి.

15. $3 \sin^{-1} \left(\frac{2x}{1+x^2} \right) - 4 \cos^{-1} \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) + 2 \tan^{-1} \left(\frac{2x}{1-x^2} \right) = \frac{\pi}{3}$ ను సాధించండి.

A	B	C	s^2
---	---	---	-------

16. ΔABC లో $\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = \frac{\sin 6 \theta}{\Delta}$ అని చూపండి.

$\sin 6 \theta$

17. $\sin \theta \neq 0$ అయితే $\frac{\sin 6 \theta}{\sin \theta} = 32 \cos^5 \theta - 32 \cos^3 \theta + 6 \cos \theta$ అని చూపండి.

SECTION - C

దీర్ఘ సమాధాన తరహ ప్రశ్నలు

5 × 7 = 35

ఏవైనా 5 ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి. ప్రతి ప్రశ్నకు 7 మార్కులు.

18. $f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow C$ లు ద్విగుణ ప్రమేయాలైతే $gof: A \rightarrow C$ ద్విగుణ ప్రమేయం అని చూపండి.
19. గణితానుగమన పద్ధతి ఉపయోగించి $1^2 + (1^2 + 2^2) + (1^2 + 2^2 + 3^2) + \dots + n$ పదాల వరకు $= \frac{n(n+1)^2(n+2)}{12}$ అని చూపండి.
20. $\mathbf{r} = (6\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}) + t(\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}), \mathbf{r} = (-4\mathbf{i} - \mathbf{k}) + s(3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} - 2\mathbf{k})$ సూచించే అసౌష్టవ రేఖల మధ్య కనిష్ఠ దూరాన్ని కనుకొండి.

21. $A + B + C = 180^\circ$, అయితే $\frac{\sin A + \sin B + \sin C}{\sin A + \sin B - \sin C} = \cot \frac{A}{2} \cot \frac{B}{2}$ అని చూపండి.
22. $r_1 = 2, r_2 = 3, r_3 = 6$ మరియు $r = 1$ అయితే $a = 3, b = 4$ మరియు $c = 5$ అని చూపండి.
23. ఒక కొండ AD దిగువ భాగంలో క్రీతిజంపై ఉండే B అనే ప్రదేశం నుంచి కొండ శిఖరం A ఊర్ధ్వ కోణం α చేస్తుంది. B నుంచి కొండపైకి ఏటవాలుగా క్రీతిజంతో γ కోణం చేస్తూ d దూరం ఎక్కితే C అనే స్థానం వస్తుంది. C నుంచి కొండ శిఖరం β ఊర్ధ్వకోణం చేస్తే, ఆ కొండ ఎత్తును కనుకోండి.
24. n పుర్ణాంకం అయితే $(1+i)^{2n} + (1-i)^{2n} = 2^{n+1} \cos \frac{n\pi}{2}$ అని చూపండి.